

ریز بارم دیفرانسیل 1 دبیرستان نیکه اندیشان

1- اگر

حکم برقرار است نموده 0.25 $x = 0$

اگر نموده 0.25 $x > 0 : \varepsilon = \frac{x}{2} \Rightarrow x < \frac{x}{2} \Rightarrow 1 < \frac{1}{2}$ که تناقض است

نمودار: $\leftarrow \frac{1}{2} \rightarrow$ نموده 0.25

2- $8 < 2x < 12 \Rightarrow 4 < x < 6$ نموده 0.75

3- $\forall \varepsilon > 0 \exists M \in \mathbb{N} : n \geq M \Rightarrow \left| \frac{2n^2 + 1}{n^2} - 2 \right| < \varepsilon$ نموده 0.5

1 نموده 0.5 $n > \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}, M > \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}$ نموده 0.25 $\left| \frac{2n^2 + 1 - 2n^2}{n^2} \right| < \varepsilon$ نموده 0.25

4- چون b_n همگراست پس b_n کراندار است نموده 0.25 و K وجود دارد که برای هر n طبیعی $0 \leq a_n \leq b_n \leq k$ نموده 0.5 و a_n یکتا نیز است پس همگراست نموده 0.5

5- الف $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3^k + 2^{k-1}}{4^k} = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^k + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k$ نموده 0.5

ب- $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{5}{(3k+1)(3k+4)} = \frac{5}{3} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{3k+1} - \frac{1}{3k+4}$ نموده 0.5 $\frac{5}{3} \left(\frac{1}{4} - 0\right) = \frac{5}{12}$ نموده 0.5

6- الف $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt[3]{1+12x^2}}{x^2 + 4x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 1 - 4x^2}{x^2} = -4$ نموده 1

ب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + \cos 2x)(1 - \cos 4x)}{x \sin 3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \times 8x^2}{3x^2} = \frac{16}{3}$ نموده 1

ج $\lim_{x \rightarrow \infty} x - \sqrt{x^2 + 12x} - 1 = \lim_{x \rightarrow \infty} x - x - 6 = -6$ نموده 1

$$0.5 \text{ نمره } f(a_n) = \cos(2n\pi), f(b_n) = \cos\left(2n\pi + \frac{\pi}{2}\right) \quad 0.5 \text{ نمره } b_n = \frac{1}{2n\pi + \frac{\pi}{2}} \quad \text{و } a_n = \frac{1}{2n\pi} \quad -7$$

د $f(a_n)$ همگرا به 1 و $f(b_n)$ همگرا به 0 نمره 0.5

$$0.25 \text{ نمره } \lim_{x \rightarrow 3^+} x - 2 = 1 \quad 0.25 \text{ نمره } \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(x-2)(x-3)}{|x-3|} \quad 0.25 \text{ نمره } f(3) = -4 \quad -8$$

$$0.25 \text{ نمره } \lim_{x \rightarrow 3^-} -x + 2 = -1 \quad 0.25 \text{ نمره } \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{(x-2)(x-3)}{|x-3|}$$

حد اقل 1 ریشه دارد نمره 0.5
 0.25 نمره $f(0) = -3 - 9$ و $f(1) = 6 - 3\cos 1 > 0$ 0.25 نمره $f(1)f(0) < 0$ پیوسته پس بنا به قضیه مقدار میانی

$$0.5 \text{ نمره } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4x^2 - 4x - 1}{x^2 + 4x} = -4 \quad 0.5 \text{ نمره } a = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 4x - 1}{x^3 + 4x^2} = 1 \quad \text{الف} - 10$$

$$0.5 \text{ نمره } x^2 + 4x = 0 \Rightarrow x = 0, x = -4$$

$$0.75 \text{ نمره } y = -3 \quad \text{ب} \quad 0.75 \text{ نمره } y = 4x + 3 \quad \text{الف} \quad y = 2x + 2 \left| x + \frac{12}{8} \right| \quad \text{ب}$$

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{g(a+h)} - \frac{1}{g(a)}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(a+h) - g(a)}{h} \times \frac{-1}{g(a+h)g(a)} = g'(a) \times \frac{-1}{g(a)g(a)} = \frac{g'(a)}{g^2(a)} \quad -11$$

هر قسمت 0.5 نمره

$$0.5 \text{ نمره } f'(x) = \begin{cases} 2x + a & x > 1 \\ 4x^3 - 4a & x < 1 \\ a + 2 = 4 - 4a & x = 1 \end{cases} \quad 0.25 \text{ نمره } \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) - 12$$

$$0.5 \text{ نمره } a = \frac{2}{5} \quad b = -2$$